Ejercicios: 1er Parcial

1. Sea $Z(n)$ un proceso definido por $n \geq 1$ como

$$Z(n) = \prod_{k=1}^{n} X_k$$

donde X_k son independientes y distribuidas según una Be(3/4). Calcula:

a) La función generadora de los momentos de $Z(2)$ y de $Z(n)$ por $n \geq 1$.

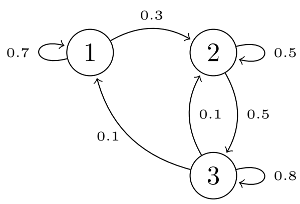
b) La media del proceso.

c) Su función de autocorrelación $\mathbb{R}_Z(n, n+m)$, $n \geq 1$ y $m \geq 0$.

d) ¿Es $Z(n)$ estacionario? En caso lo fuera, es estacionario débilmente o estrictamente?

(3 Puntos)

2. Dada la cadena de Markov con estados $\{1, 2, 3\}$ y diagrama de transición



y asumiendo que la distribución inicial es $\pi(0) = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$:

Encontrar :

a) la matriz de transición, caracterizar los estados y sus periodos.

b) el valor medio de $X(1)(3 - X(1))$.

c) el valor medio de $X(1)(3 - X(2))$.

d) la distribución límite de la cadena, su valor medio y su varianza.

(4 Puntos)

3. Un supermercado tiene dos almacenes, digamos $A1$ y $A2$, entre dos ciudades, digamos $C1$ y $C2$, como se muestra en el siguiente diagrama:

C1 —— A1 —— A2 —— C2

Para la entrega de las mercancías, un camión comienza su ruta todos los días desde uno de los almacenes y lo termina en una de las ciudades. El camión se mueve cada vez un lugar a la derecha con probabilidad 1/3o a la izquierda con la probabilidad 2/3.

a) Construye un modelo de cadena de Markov que describe la posición del camión.

Asumiendo que inicie desde el almacén A2:

b) el número promedio de paradas del camión a cada almacén durante su ruta

c) la probabilidad de terminar su ruta hacia la ciudad C1.

d) la distribución límite de la posición del camión

(3 Puntos)